

УДК 004: 658.01

МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА КОМПОНЕНТОВ ВЕКТОРА ПРИОРИТЕТОВ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

Шведенко В.Н., д-р техн. наук, Староверова Н.А., ст. преп.

Предложены методы повышения согласованности и точности расчета экспертных оценок, осуществляемые пошаговым вычислением допустимого диапазона зависимых оценок и учетом закона субъективного восприятия.

Ключевые слова: оценка разнокачественных свойств сравниваемых альтернатив, метод анализа иерархии, опросные таблицы, метод определения согласованности оценок.

METHODS OF INCREASING TO ACCURACY OF THE CALCULATION COMPONENT VECTOR HIERARCHICAL SYSTEM PRIORITY OF THE ALTERNATIVES WHEN UNDERTAKING EXPERT ESTIMATION

The Offered methods of increasing to consensus and accuracy of the calculation expert estimation, realized by incremental calculation of the possible range hung estimation and account of the law of the subjective perception.

Keywords: estimation is reeked qualitative characteristic of the compared alternatives, method of the analysis to hierarchies, questionnaire tables, method of the determination to consensus estimation.

Для задач выбора наиболее рациональных решений из имеющихся альтернатив необходимо получить оценку разнокачественных свойств сравниваемых альтернатив и их ранжирование по степени эффективности для достижения поставленной цели. Технологически в основе оценки лежит сопоставление значений качественных и количественных характеристик рассматриваемых альтернатив значениям определенной числовой шкалы. Шкала определяется кортежем из трех составляющих:

$\langle X, f, Y \rangle$,

где X – система множества сравниваемых альтернатив; Y – система из числового множества определенной шкалы оценок; f – гомоморфное отражение X на Y .

Если определить X как $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n, R_x\}$ – систему альтернатив, находящихся в определенном соотношении R_x , то числовая система Y должна позволять сравнить эти альтернативы.

Множество Y формируется как

$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n, R_y\}$,

где $y_i = f_i(x_i)$; $x_i \in X$; $y_i \in Y$.

Гомоморфное отражение множества X на множество Y устанавливает соответствие между X и Y так, что $\{y_1, y_2, \dots, y_n, R_y\} \in R_y$ только тогда, когда $\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in R_x$.

В качестве «инструмента» измерения, т.е. преобразования $x_i \rightarrow y_i$, является эксперт. Источником его суждений, которые выражаются в виде числа (количества баллов), является знание объектов, целей и взаимосвязей сравниваемых альтернатив.

Наиболее широкое практическое применение нашел метод экспертных оценок, назван-

ный его автором Т. Саати методом анализа иерархии (МАИ) [1]. Популярность этого метода объясняется рядом преимуществ.

Во-первых, декомпозицией сложных проблем (альтернатив) в виде иерархической системы, включающей следующие уровни: цели, подцели, функции, обеспечивающие достижения подцелей, средства, с помощью которых реализуются функции, и т.д.

Во-вторых, попарным сравнением альтернатив, входящих в каждый уровень иерархии, осуществляемым путем заполнения таблиц опроса мнений экспертов. Попарное сравнение значительно облегчает работу эксперта, так как производится достаточно просто и занимает немного времени.

В-третьих, возможностью формальным методом определить согласованность (не противоречивость) оценок экспертов. Это осуществляется с помощью расчета собственного значения обратносимметричной матрицы, составленной из оценок экспертов. Величина отклонения этого собственного значения от величины порядка обратносимметричной матрицы является мерой согласованности экспертных оценок.

В-четвертых, возможностью уточнять оценки экспертов при их несогласованности больше определенных пределов, т.е. осуществлять обратную связь с экспертами в процессе проведения оценок путем итерационных процедур.

В-пятых, возможностью получить не только ранжирование приоритетов альтернатив на каждом уровне иерархии, но и рассчитать вектор приоритетов любого уровня, учи-

тывающего векторы приоритетов всех вышестоящих уровней. Это осуществляется путем формирования матрицы оценок из векторов приоритетов рассматриваемого уровня и умножения ее на вектор приоритетов вышестоящего уровня иерархии.

Перечисленные достоинства компенсирует те недостатки, которые отмечают некоторые исследователи методов экспертных оценок. Основным недостатком МАИ считается необходимость заполнения экспертами большого количества опросных таблиц. Но как показывает практика, при правильном формировании иерархической системы, что определяется квалификацией системного аналитика, заполнение таблиц попарных сравнений альтернатив не вызывает у экспертов затруднений и занимает не много времени. Процедура заполнения таблиц, определение согласованности и итерационный процесс повышения согласованности оценок достаточно технологично осуществляются дистанционно, средствами Интернет с помощью специальной программы или, в более простом варианте, в результате диалогового общения с экспертами посредством электронной почты.

В качестве шкалы оценок наиболее распространена в МАИ предложенная ее автором абсолютная линейная девятибалльная шкала: 1 – объекты (альтернативы) одинаково важны (эффективны), 3 – один объект немного важнее другого (слабое превосходство), ..., 9 – абсолютное превосходство одного объекта над другим.

Как показывает практика, наиболее сложной проблемой является получение непротиворечивых оценок. Непротиворечивость определяется по двум показателям. Во-первых, необходимо, чтобы соблюдалась транзитивность оценок, т.е. если оценки эксперта находятся в соотношении $A_i > A_k$, $A_k > A_j$, то, очевидно, должно обеспечиваться $A_i > A_j$. Во-вторых, желательно, чтобы соотношение между оценками было согласованно в количественном отношении, т.е. если $A_i = 2A_k$ и $A_k = 4A_j$, то должно следовать $A_i = 8A_j$. Это требование не такое строгое, как требование транзитивности, но качество экспертных оценок тем выше, чем выше точность их согласованности. Обычно непротиворечивость оценок достигается за счет повторного опроса экспертов в целях уточнения их мнения путем указания на выявленные противоречия.

Как уже отмечалось, метод анализа иерархии позволяет с помощью формальных процедур выявлять несогласованность мнений эксперта при сравнении альтернатив. Если эксперт, сравнивая попарно варианты A_i и A_k , A_k и A_j , дает соответствующие оценки a_{ik} и a_{kj} , то при оценке вариантов A_i и A_j должно получиться

$$a_{ij} = a_{ik} \times a_{kj}. \quad (1)$$

Это выражение является основой для определения согласованности. Минимальное число попарных оценок, которые охватывают сравниваемые факторы или объекты, составляет $n - 1$.

Все остальные оценки могут быть вычислены путем использования выражения (1) и очевидного соотношения $a_{ii} = 1$. Однако при этом случайная неточность эксперта будет «размножаться», переноситься на другие парные сравнения. Поэтому рекомендуется, чтобы эксперт провел из общего числа $n(n - 1)$ возможных попарных оценок только половину, так как, в силу соотношения

$$a_{ij} = 1/a_{ji}, \quad (2)$$

нет необходимости во взаимобратных сопоставлениях. Таким образом, на основе $0,5n(n - 1)$ оценок эксперта составляется матрица **A** размерностью $n \times n$, элементами которой являются попарные оценки сравниваемых факторов (объектов). Очевидно, диагональные элементы будут равны 1 вследствие того, что $a_{ii} = 1$, а поддиагональные элементы будут обратны по величине симметричным наддиагональным элементам в силу соотношения (2). Поэтому автор МАИ назвал эту матрицу обратносимметричной. Он предложил также метод определения согласованности оценок с использованием этой матрицы. При полной согласованности максимальное собственное значение матрицы **A** равно ее порядку:

$$\lambda_m = n. \quad (3)$$

Следовательно, величина $CI = \lambda_m - n$ может служить показателем согласованности обратносимметричной матрицы. Оценка согласованности осуществляется отношением согласованности матрицы **A** и обратносимметричной матрицы той же размерности **C**, составленной из случайных чисел, а именно:

$$CR = (\lambda_{mA} - n) / (\lambda_{mC} - n), \quad (4)$$

где λ_{mA} – максимальное собственное значение матрицы **A**; λ_{mC} – максимальное собственное значение матрицы **C**.

Если $CR < 0,1$, то экспертные оценки считаются согласованными.

При всей своей простоте данный метод имеет следующие недостатки. Отношение согласованности является лишь индикатором и не указывает, в каких случаях эксперт дал противоречивые оценки попарных сравнений. Для устранения первого недостатка применяется процедура «подсказок». На основании выражения (1) выявляются наиболее несогласованные оценки и задаются экспертам уточняющие вопросы [2]. Однако такая процедура значительно усложняет и затягивает процедуру экспертных опросов.

Предлагается следующая технология. На первом этапе эксперт определяет $n - 1$ попарных оценок, соответствующих наддиагональным элементам обратносимметричной матрицы **A**. Эта последовательность обеспечивается достаточно просто за счет соответствующей формы таблицы опросов. Затем эксперту в режиме on-line предлагается в соот-

ветствии с выражением (1) допустимый диапазон величины следующих оценок a_{ij} , зависящих от уже определенных им наддиагональных элементов a_{ik} и a_{kj} из условия обеспечения допустимого отношения согласованности CR (3). В случае, если эксперт ставит оценку вне предлагаемой зоны допустимых отклонений, программа слежения автоматически возвращает его к исходным оценкам a_{ik} и a_{ij} , предлагая при этом для них допустимую зону. Таким образом, обеспечивается пошаговый контроль и коррекция экспертных оценок, что гарантирует результирующую согласованность.

Однако расчеты показывают, что метод оценки согласованности по обратносимметричной матрице, составленной непосредственно из оценок по 9-балльной шкале, обеспечивает надежную поверку лишь транзитивности оценок и дает большой диапазон допустимых отклонений в количественной согласованности попарных оценок, что часто приводит к значительным погрешностям при вычислении результирующих оценок предпочтений экспертов. Это обусловлено несколькими причинами.

Прежде всего, при согласовании оценок по соотношению (1) часто наступает «насыщение». Например, оценка $a_{ik} = 4$ соответствует тому, что один фактор (объект) умеренно превосходит другой, а оценка $a_{kj} = 5$ соответствует тому, что один фактор значительно превосходит другой. Так как $a_{ij} = a_{ik} \times a_{kj}$, то $a_{ij} = 20 \gg 9$. Оценка в 9 баллов соответствует максимальной оценке – «абсолютное превосходство», т.е. в таблицу должна заноситься цифра 9 вместо 20. При этом проверка на согласованность по формуле (4) дает положительный результат.

Другая причина заключается в том, что, в соответствии с психофизическим законом восприятия Вебера – Фехнера, увеличивающиеся в геометрической прогрессии значимости факто-

ров (объектов) человек оценивает (реагирует на значимость) в арифметической прогрессии. Поэтому истинная относительная значимость при оценке эксперта в N баллов будет ближе к величине, представляющей геометрическую прогрессию:

$$a_{ik} = 2^{0,5(N-1)}, \quad (5)$$

где N – оценка эксперта в пределах от 1 до 9.

В соответствии с данными замечаниями, обратносимметричную матрицу \mathbf{A} необходимо формировать оценками, вычисляемыми по формуле (5). Вычисление рекомендуемых согласованных оценок в этом случае, очевидно, должно проводиться по соотношению

$$N_{ij} = N_{ik} + N_{kj} - 1. \quad (6)$$

Для рассмотренного выше примера

$$N_{ij} = 4 + 5 - 1 = 8.$$

Следовательно, насыщение будет наступать реже, что повышает согласованность оценок:

$$y_{ij} = 2^{0,5(4-1)} \times 2^{0,5(5-1)} = 2^{0,5(8-1)}, \text{ т.е. } 2,8 \times 4 = 11,2.$$

Это соответствует полной согласованности.

Допустимый диапазон величины оценки N_{ij} , вычисляемой по формуле (6), определяется из соотношения (4) для обратносимметричной матрицы \mathbf{A} , составленной из вычисляемых по формуле (5) истинных соотношений значимости факторов.

Эксперименты показывают, что применение предлагаемой методики повышает согласованность экспертных оценок на 25–70 %.

Список литературы

1. Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989.
2. Коптелова И.А. Методика интеллектуальной поддержки проектирования информационно-управляющих систем // Приборы. – 2007. – № 4. – С. 36–42.

Шведенко Владимир Николаевич,
Костромской государственный технологический университет,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой информационных технологий,
e-mail: shvn.d3@mail.ru

Староверова Надежда Анатольевна,
Костромской торгово-экономический колледж,
старший преподаватель,
телефон 8-910-957-53-04,
e-mail: sba44@mail.ru